

Übung 11: Aufgabe 1

Im Zukunftsprojekt TESLA zur Erforschung des Ursprungs der Materie sollen Elektronen in einem 15 km langen Beschleuniger auf 500 Milliarden eV beschleunigt. Sie prallen dann mit ebenfalls auf einer 15 km langen Gegenstrecke beschleunigten Positronen (Antimaterie, positiv geladene Elektronen) zusammen.

- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Elektronen ($W = m \cdot v^2$). Was fällt auf?
 b) Berechnen Sie die Masse der Elektronen ($W = m \cdot c^2$). Was fällt auf?
 c) Berechnen Sie die Wellenlänge der Elektronen ($p = m \cdot c$). Vergleichen Sie mit dem elektromagnetischen Spektrum.

$$a) \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500 \cdot 10^9}{9,1 \cdot 10^{-31}}}$$

$$v \approx 4,2 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

$$b) \quad E = m \cdot c^2 = e \cdot U$$

$$m = \frac{e \cdot U}{c^2}$$

"bewegte" Masse $m \approx 8,8 \cdot 10^{-25} \frac{\text{kg}}{\text{g}}$ (Ruhemasse $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \frac{\text{kg}}{\text{g}}$)

$$c) \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

↑
 $\approx c$

$$\lambda \text{ (für } m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \frac{\text{kg}}{\text{g}}) \approx \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{(9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8)}$$

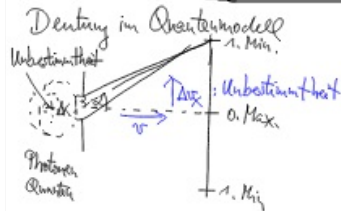
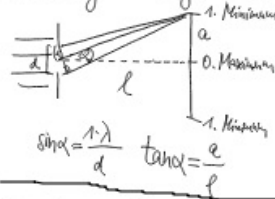
$$\approx 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\approx 2,4 \text{ pm}$$

Unbestimmtheitsrelation (UBR)

Deutung der Beugung am Spalt mithilfe des Quantenmodells

Wiederholung: Deutung im Wellenmodell



$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{\Delta x} \approx \tan \alpha = \frac{\Delta p_x}{p} \text{ für } \alpha < 10^\circ$$

$$\frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{\Delta p_x}{p}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\frac{h}{\Delta x \cdot p} = \frac{\Delta p_x}{p}$$

$$p = m \cdot v$$

$$\frac{h}{\Delta x \cdot m \cdot v} = \frac{\Delta p_x}{m \cdot v}$$

$$h = \Delta x \cdot \underbrace{m \cdot \Delta v_x}_{\Delta p_x}$$

UBR von Heisenberg $\Delta x \cdot \Delta p_x > h$

Beispiel: Pauli im Auto

$$v = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{Unbestimmtheit } 0 - 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m = 1000 \text{ kg}$$

$$\Delta x = ?$$

$$\Delta x = \frac{h}{m \cdot \Delta v} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1000 \text{ kg} \cdot 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\Delta x = 6,6 \cdot 10^{-39} \text{ m}$$

D.h. in unserer makroskopischen Welt ist kein Effekt zu beobachten.

Beispiel: Elektron im Atom

$$v \approx 10^6 \text{ m/s}$$

Hausaufgabe $\Delta v = 3 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\Delta x = ?$$

